Lagrange-Punkte – stationäre Arbeitsplätze im All

Ein kurzer Überblick über Hintergründe und Bedeutung der gravitationsfreien Punkte

Von Lutz Zimmermann

Am 14. Mai 2009 wurde mit einer Ariane-Rakete vom Weltraumbahnhof Kourou in Französisch-Guayana der von der ESA (European Space Agency) entwickelte Infrarot-Forschungssatellit *Herschel* auf die Reise geschickt. Als Ziel wurde der Lagrange-Punkt 2 im System Sonne-Erde angesteuert, wo der Satellit dann am 14. Juni 2009 seinen Betrieb aufnahm. Das 1,1 Mrd. Euro teure Forschungsprojekt soll Galaxien, Sterne, interstellare Materie und Objekte des Sonnensystems im Infrarot-Bereich untersuchen.

Namensgeber

Der italienische Mathematiker und Astronom Joseph-Louis de Lagrange, als Giuseppe Lodovico Lagrangia 1736 in Turin geboren und 1813 in Paris gestorben, ist der Namensgeber der Lagrange-Punkte. Diese Punkte werden auch Librationspunkte genannt (libra, lat.=Waage, hier das Gleichgewicht betreffend). An diesen Punkten befindliche Massekörper sind theoretisch kräftefrei, d.h. sie sind keinen Störungen ausgesetzt und behalten deswegen ihre Position im Raum bei. Theoretisch. Warum das in der Realität nicht so ist, sollen die nachfolgenden Ausführungen erläutern.

Unlösbares Problem

Mit Keplers Bahngesetzen und Newtons Gravitationsgesetz lassen sich die Örter der Planeten im Sonnensystem hinreichend genau vorausberechnen. Aber eben nicht ganz genau, weil diese Gesetze nur für ein von äußeren Kräften unbeeinflußtes **Zwei**-Körper-System strenge Gültigkeit haben. Kommt auch nur **ein** Körper hinzu, so ist es praktisch unmöglich, die gravitativen Abhängigkeiten aller Körper mathematisch exakt zu erfassen. Es ist mit den z.Zt. bekannten mathematischen Gesetzen nicht möglich, die gravitativen Verhältnisse in einem **Drei**-Körper-System analytisch genau vorauszusagen - von einem **Noch-mehr**-Körper-System ganz zu schweigen. Man kann das Problem nur näherungsweise angehen, d.h. man kann einen zu einem gegebenen Zeitpunkt bestehenden Zustand berechnen. Man kann daraus aber keine kontinuierliche Fortsetzung ableiten, weil die gravitativen Parameter der beteiligten Komponenten aufgrund ihrer Bewegung ständig ihre Werte ändern. Gleichwohl sind mit heutiger Hochleistungs-Computertechnik die Astrophysiker allerdings in der Lage, die Vorhersagen akzeptabel genau auszurechnen und auch grafisch darzustellen.

Das eingeschränkte Dreikörperproblem

Von diesem nicht exakt zu lösenden Dreikörperproblem gibt es eine Ausnahme: Einer der drei beteiligten Körper muß eine so geringe Masse gegenüber den anderen zweien haben, daß sie praktisch vernachlässigbar ist. Man nennt diesen Fall „Eingeschränktes Dreikörperproblem". Und genau hier kommen nun die eingangs genannten Lagrange-Punkte ins Spiel.

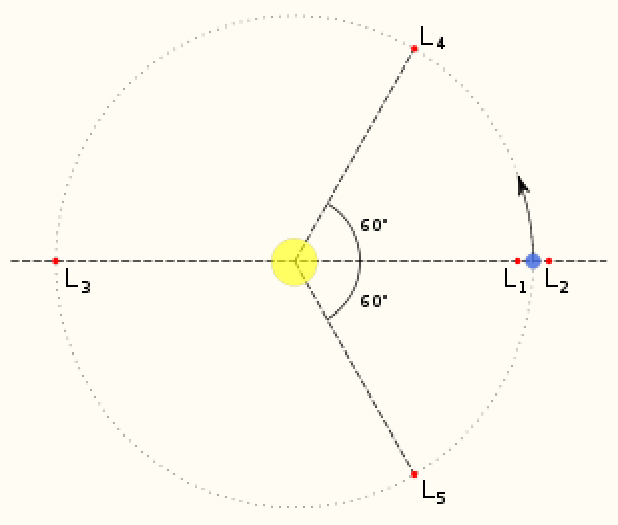
Die Lagrange-Punkte kennzeichnen die Stellen in einem Drei-Körper-System, an denen sich die Gravitationskräfte und die Zentrifugalkräfte der drei Körper gegenseitig aufheben.

Joseph-Louis de Lagrange hatte herausgefunden, daß es in einem Zweiersystem (z.B. im Sonne-Erde-System) fünf Punkte gibt, an denen die Gravitation gegen Null geht. Dabei muß die eine Masse (z.B. die Sonne) wesentlich größer als die andere Masse (z.B. die Erde) sein. Weiter wird zwingend gefordert, daß sich der gemeinsame Schwerpunkt noch innerhalb des größeren Körpers befindet, jedoch *nicht* mit dessen Mittelpunkt identisch ist. Diese fünf Punkte (besser gesagt: Positionspunkte) werden zu Ehren ihres Entdeckers ***Lagrange-Punkte*** genannt. Abgekürzt nennt man sie L1...L5. Sehr kleine Körper (z.B. Satelliten), die sich an diesen Stellen aufhalten, behalten ihre Position in Bezug auf die beiden anderen größeren Körper weitestgehend immer bei.

Positionen der L-Punkte

Diese fünf Punkte stehen zueinander in einem geometrischen Verhältnis. Jedem einzelnen dieser Punkte ist eine bestimmte Position zugeordnet. Es ergibt sich die untenstehende Konfiguration.

Da alle L-Punkte an die kleinere Komponente (hier die blaue Erde) gravitativ gekoppelt sind, umlaufen sie mit dieser zusammen die größere Komponente (hier die gelbe Sonne), ohne ihre gegenseitigen Stellungen zueinander zu verändern – zumindest theoretisch. Mathematisch sind ihre Positionen (zu einem gegebenen Zeitpunkt) gravitationsneutral, in der Realität bewegen sich Objekte an diesen Punkten jedoch um ihre mathematisch errechnete Position. Warum das so ist, sehen wir weiter unten.



Warum ergeben sich nun gerade diese Positionen der L-Punkte und keine beliebigen anderen? Wie die Grafik zeigt, steht L1 der Sonne näher als die Erde. Nach dem zweiten Keplergesetz umläuft ein Körper die Sonne umso schneller, je näher er ihr ist. Ein Objekt an der Position L1 müßte also der Erde vorauseilen. Die in seiner Nähe befindliche Erde verhindert dies jedoch. Das Objekt am Punkt L1 wird von der Erde mit ihrem Gravitationsfeld wie ein Hund, der an der Leine zieht, festgehalten, und es hat somit die gleiche Umlaufgeschwindigkeit um die Sonne wie die Erde.

Am Punkt L2 hingegen müßte ein Objekt die Sonne langsamer als die Erde umlaufen, weil es ja weiter von der Sonne entfernt ist. Wirkt die Erde am Punkt L1 quasi als Bremse, so wirkt sie am Punkt L2 als Beschleuniger. Das irdische Gravitationsfeld zieht ein Objekt am Punkt L2 wie einen (um im gleichen Bild zu bleiben) störrischen Hund an der Leine mit. Das Objekt hat auch hier dann die gleiche Umlaufgeschwindigkeit um die Sonne wie die Erde.

Die Position L3 ergibt sich folgendermaßen: Erde, Sonne und L3 befinden sich auf einer Linie. L3 liegt hinter der Sonne, jedoch etwas weiter außerhalb der Erdbahn (was auf der Grafik oben nicht genau zu sehen ist). Ein Objekt an diesem Punkt müßte demnach gemäß dem zweiten Keplergesetz langsamer als die Erde die Sonne umlaufen. Weil Erde und Sonne auf einer Linie stehen, summieren sich (und nur in dieser Konstellation) ihre Gravitationskräfte in Richtung auf L3. Ein Objekt an diesem Punkt bekommt dadurch die gleiche Umlaufgeschwindigkeit wie die Erde und kann daher diesen Punkt (theoretisch) nicht verlassen.

Hat der Punkt L3 für die Astronomie eher weniger Bedeutung, so ist er für Sience-Fiction-Autoren interessant. Sie besetzen diesen Punkt gerne mit einer sog. Gegenerde. Diese ist, von der „realen“ Erde aus gesehen, nie zu sehen, weil ja die Sonne dazwischen steht. Es lassen sich damit gewiß recht interessante Aspekte beschreiben.

Instabile L-Punkte

Die Punkte L1, L2 und L3 sind sog. instabile Punkte. Kein Objekt bleibt für längere Zeit an einem dieser drei Punkte. Der Grund liegt in der Bahnform der kleineren der beiden großen Komponenten (hier der Erde): sie ist kein Kreis, sondern eine Ellipse. Beispielsweise schwankt die Entfernung der Erde von der Sonne zwischen 147,1 und 152,1 Mill. km, demzufolge variiert auch ihre Bahngeschwindigkeit zwischen 29,2 km/s und 30,2 km/s. Diese Störungen haben zur Folge, daß die Positionen insbesondere der Punkte L1 und L2 ständig sehr weiträumig um einen Mittelwert pendeln. Das Verhalten eines Objektes an diesen Punkten gleicht einer Gratwanderung oder dem Versuch, einen Bleistift auf der Spitze frei stehen lassen zu wollen. Daß trotz dieser eigentlich sehr störenden Beeinträchtigung L1 und L2 dennoch von großem Interesse für die forschende Astronomie sind, werden wir weiter unten sehen.

Gleichseitiges Dreieck

Drei gleiche Massen an den Spitzen eines gleichseitigen Dreiecks würden um den im geometrischen Mittelpunkt des Dreiecks liegenden gemeinsamen Schwerpunkt rotieren. Die Winkelsumme in einem Dreieck beträgt stets 180°, in einem gleichseitigem Dreieck hat demnach jeder der drei Winkel eine Öffnung von 60°. Diese Dreieckskonfiguration wird unabhängig von den Massenverhältnissen der drei Körper zueinander stets beibehalten. Bei unterschiedlichen Massen befindet sich jedoch der gemeinsame Schwerpunkt immer in der Nähe der größeren Masse bzw., wie im System Erde-Mond, sogar im Inneren der größeren Masse. Weil er, wie bereits erwähnt, nicht mit dem Mittelpunkt der größeren Masse zusammenfallen darf, setzt das voraus, daß die zweite Komponente so massereich ist, daß sie ihrerseits noch merkliche Gravitationskräfte auf die größere Komponente ausüben kann. Diesen Fall treffen wir u.a. im System Sonne-Jupiter an. Die Masse des riesigen Gasplaneten reicht aus, um eine Verschiebung des Schwerezentrums aus dem Sonnenmittelpunkt hervorzurufen. Ein außerhalb des Sonnensystems befindlicher Beobachter würde feststellen, daß die Sonne in einem knapp zwölfjährigen Rhythmus gemäß der Umlaufzeit des Jupiter um die Sonne um eine mittlere Position leicht hin und her pendelt. Mit genau solchen Beobachtungen versucht man an einigen relativ nahe stehenden Sternen sog. extrasolare Planeten (extrasolar, griech.-lat.=außerhalb des Sonnensystems) oder kurz Exoplaneten nachweisen zu können.

Stabile L-Punkte

Im Gegensatz zu den instabilen Punkten L1, L2 und L3 sind die Punkte L4 und L5 stabil. Objekte an und in der Nähe dieser Positionen bleiben auch dort. Gemäß des gleichseitigen Dreiecks geht L4 der kleineren Komponente um 60° voraus und L5 bleibt um 60° zurück (siehe Grafik). Im Sonne-Jupiter-System finden wir an und in der Nähe der dazugehörigen L4- und L5-Punkte eine ganze Reihe von eingefangenen Kleinkörpern wie z.B. Asteroiden. Man nennt sie die Trojaner.

Bis etwa gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurden neuentdeckte Himmelsobjekte im Sonnensystem vornehmlich nach Namen von Figuren aus der griechischen und römischen Mythologie benannt. Die Körper an den Jupiter-L4-L5-Punkten haben allesamt Namen von Teilnehmern aus dem trojanischen Krieg, daher der Sammelbegriff Trojaner. Im Sonne-Erde-System sind die L4- und L5-Punkte aus astronomischer Sicht weniger interessant.

Der Nutzen von L1 und L2

Was macht nun die Librationspunkte L1 und L2 im Sonne-Erde-System trotz ihrer Instabilität für die forschende Astronomie so interessant?

Ein thermisch empfindlicher Satellit wie *Herschel* wäre in einer Erdumlaufbahn der Infrarotstrahlung der Erde ausgesetzt. Man müßte mit erheblichem technischen Aufwand hohe Abschirmungsvorkehrungen vornehmen, um das thermische Rauschen in *Herschels* empfindlichen Meßmodulen auf ein vertretbares Minimum zu reduzieren. Außerdem gäbe es bei jedem Erdumlauf eine Beobachtungspause, nämlich dann, wenn der Satellit die Tagseite der Erde überfliegt. Am ca. 1,5 Mill. km von der Erde entfernten L2-Punkt hingegen hat ein Satellit das Erde-Mond-System und die Sonne stets „hinter“ sich; er kann im Laufe eines

Jahres den gesamten Himmel ohne störendes Sonnenlicht und vor allem ohne Unterbrechung dauernd beobachten. Seine nach „rückwärts“ auf die Sonne ausgerichteten Solarzellen empfangen dennoch ununterbrochen ein gleichmäßiges Sonnenlicht zur Stromerzeugung. *Herschels* Infrarot-Optik wird zusätzlich mit einem Abschirmungsschild gegen die von „hinten“ strahlende Sonne geschützt. Da er freifliegend wegen der o.g. Gründe aus dem L2-Punkt unweigerlich abdriften würde, muß er mit Korrekturmanövern auf einem sog. Halo-Orbit um diesen Punkt gehalten werden. Im Gegensatz zu einem Erdorbit, der zweidimensional eine Bahnebene einschließt, ist ein Halo-Orbit dreidimensional. Die Summe seiner Bahnkurven gleicht einem Halo (Halos, griech.=kugelförmiger Lichthof um ein leuchtendes Objekt). Der Radius von *Herschels* Halo-Orbit betragt ca. 400.000 km.

Während man am L2-Punkt den dunklen Fixsternhimmel ohne die störende Sonne ständig beobachten kann, ist es am L1-Punkt gerade umgekehrt. Von hier aus läßt sich die Sonne ohne störenden Erdschatten dauerhaft beobachten. Der Sonnenbeobachtungssatellit SOHO geht hier seit 1995 auf einem Halo-Orbit seiner Aufgabe nach.

Ein Nachteil darf allerdings nicht unerwähnt bleiben. Satelliten in Erdorbits lassen sich bei auftretenden Fehlern oder Pannen ggf. durch den Einsatz von Astronauten vor Ort reparieren. Das wurde bereits mehrmals mit dem Hubble-Space-Teleskop erfolgreich praktiziert. Ein Fluggerät am L1- bzw. L2-Punkt kann bei Ausfall nicht manuell repariert werden. Dieser Nachteil muß mit einer möglichst störungsfreien Funktion der Geräte kompensiert werden.

Quellen:
[1] Sterne und Weltraum 1/2008
[2] Wikipedia (Grafiken)

2/2010